

# 1 Descripteurs de Fourier généralisés pour la reconnaissance d'objets 2 couleur : performances de classification

3 Fethi Smach<sup>1,2</sup>, Johel Miteran<sup>1</sup>, Mohamed Atri<sup>3</sup>, et Jean-Paul Gauthier<sup>1</sup>

4 <sup>1</sup> Laboratoire Le2i, Université de Bourgogne, Faculté Mirande BP 47870, 21078 Dijon, FRANCE  
5 Fethi.smach@u-bourgogne.fr, johel.miteran@u-bourgogne.fr

6 <sup>2</sup> Laboratoire CES, Université de Sfax, ENIS, Tunisie,

7 <sup>3</sup> Laboratoire EμE, Faculté des sciences de Monastir, Tunisie

8 **Résumé** Un des problèmes majeurs rencontrés en analyse d'images est la classification d'objets  
9 dans une scène. De nombreuses approches de reconnaissance sont proposées dans la littérature, le  
10 plus souvent basées sur le calcul d'invariants utilisés pour alimenter un classifieur. Nous  
11 proposons ici une extension de la méthode des descripteurs de Fourier généralisées à des images  
12 couleurs, et une étude comparative avec les moments de Zernike notamment grâce à l'usage  
13 d'une méthode de classification basée sur les SVM (Support Vector Machines). Nous évaluons  
14 dans ce papier la robustesse et les performances de notre approche appliquée sur différentes bases  
15 d'images.

16 **Mots clés** Descripteurs de Fourier généralisés, Reconnaissance d'objets couleur, Calcul  
17 d'invariants, SVM.

## 18 1 Introduction

19 Ce Les applications de reconnaissance de formes représentent un nombre croissant d'applications, de  
20 la vision artificielle au domaine industriel. La littérature abonde de techniques en reconnaissance de  
21 formes. Bon nombre de ces études ont pour objectifs de résumer une image à un nombre réduit de  
22 valeurs qui ont comme propriété d'être invariantes par rapport aux déplacements (translation,  
23 rotation). Plusieurs travaux ont été consacrés à la définition de descripteurs de formes invariants par  
24 un groupe de transformations [1,2]. Considérant les déplacements dans le plan, Gauthier et al [3] ont  
25 proposé une famille d'invariants, appelés descripteurs de mouvement, appliqués aux images binaires,  
26 qui sont invariants par translation, par rotation, et insensibles à l'effet miroir. H. Fonga [4] a étendu  
27 l'utilisation des descripteurs de mouvement, définis de manière similaire et appliqués aux images en  
28 niveau de gris. Notre but, ici, est de montrer que de tels descripteurs peuvent être utilisés de manière  
29 souple et robuste pour la reconnaissance de formes basée sur des images couleur, en les associant avec  
30 les SVM [5], et de proposer une implantation matérielle sur une architecture reconfigurable qui  
31 permet d'accélérer le calcul de ces descripteurs. Dans la section 2 de cet article, nous introduisons un  
32 bref rappel des descripteurs de Fourier généralisés et nous présentons une famille d'invariants

33 complets dans le cas des groupes compacts. Cette complétude donnera une base théorique solide pour  
 34 l'utilisation de ces descripteurs aussi bien en approche globale qu'en approche locale. Dans la section  
 35 3, nous rappelons la définition des moments de Zernike. La méthodologie que nous avons adoptée  
 36 pour la reconnaissance d'objets couleur, combinant les SVM et les différents invariants, est présentée  
 37 dans la section 4. Nous présentons ensuite quelques résultats obtenus sur des bases standards, COIL et  
 38 AR-faces [6,7]. La section 6, présente l'architecture matérielle de l'unité de calcul des descripteurs de  
 39 Fourier.

## 40 2 Rappel sur les descripteurs de Fourier généralisés

### 41 2.1 Les premiers invariants

#### 42 2.1.1 Définition

43 La transformée de Fourier  $\hat{f}$  est une grandeur physique définie par l'équation suivante:

$$44 \quad \hat{f}(\xi) = \int_{\mathbb{R}^2} f(x) \exp(-j \langle x | \xi \rangle) dx \quad (1)$$

45 Où  $f$  est une fonction sommable sur le plan et  $\langle \cdot | \cdot \rangle$  est le produit scalaire sur  $\mathbb{R}^2$ .

46 En coordonnées polaires,  $\hat{f}(\lambda, \theta)$  désigne la transformée de Fourier d'un point  $\xi$  de  
 47 coordonnées  $(\lambda, \theta)$ . Gauthier a défini les Descripteurs de Fourier Généralisés (DF1) par  $D_f$  de  $\mathbb{R}_+^*$   
 48 dans  $\mathbb{R}_+^*$  par :

$$49 \quad D_f(\lambda) = \int_0^{2\pi} \left| \hat{f}(\lambda, \theta) \right|^2 d\theta \quad (2)$$

50 Dans le domaine discret, ces descripteurs sont remplacés par un ensemble fini de valeurs formant les  
 51 composantes d'un vecteur qu'il est possible d'utiliser à l'entrée d'un classifieur.

#### 52 2.1.2 Propriétés

53 Les descripteurs de Fourier généralisés définis par l'équation (2) ont d'importantes propriétés. Ils sont  
 54 invariants par déplacement et réflexion :

$$55 \quad - \text{ Si } M \text{ est un déplacement tel que } g(x) = f \circ M(x), \text{ alors } \forall x \in \mathbb{R}^2, D_g(\lambda) = D_f(\lambda), \forall \lambda \in \mathbb{R}^2 \quad (3)$$

$$56 \quad - \text{ Si } \mathfrak{R} \text{ est une réflexion tel que } g(x) = f \circ \mathfrak{R}(x), \text{ alors } \forall x \in \mathbb{R}^2, D_g(\lambda) = D_f(\lambda), \forall \lambda \in \mathbb{R}^2 \quad (4)$$

$$57 \quad - \text{ Soit } f \in L^2(\mathbb{R}^2), \text{ si } g(x, y) = f(kx, ky) \quad K > 0, \text{ alors } D_g(\lambda) = \frac{1}{k^4} D_f(\lambda) \quad (5)$$

### 58 2.2 Les invariants complets

59 Les premiers descripteurs de Fourier généralisés ne sont pas complets (i.e. deux images différentes  
 60 peuvent avoir le même DF1). Ceci n'est pas un inconvénient majeur car pour une très large classe  
 61 d'applications, ces descripteurs sont suffisants. Toutefois, il est possible de définir un second

62 ensemble d'invariants qui apporteront des améliorations dans certains cas, comme nous le verrons  
 63 dans la section consacrée à l'étude des performances.

64 Ces seconds descripteurs sont complets dans les cas des groupes commutatifs et dans une large classe  
 65 de fonctions, dans le cas des groupes compacts. Fonga [4] a montré que ces invariants ne sont pas  
 66 complets dans le cas de groupe de déplacements dans le plan. Cependant, ils sont plus riches que les  
 67 premiers descripteurs de Fourier généralisés [8].

### 68 2.2.1 Définition

69 Soit  $\hat{f}$  la transformée de Fourier de  $f$ ,  $\Omega$  L'action de  $S_1$  dans  $\mathbb{R}^2$  définie par :

$$70 \quad \Omega(\theta)(x, y) = (x \cos \theta - y \sin \theta, x \sin \theta + y \cos \theta) \quad (6)$$

71  $\forall \xi_1 \in \mathbb{R}^2$ ,  $\hat{\xi}$  est le cercle de centre (0,0) et de rayon  $\|\xi_1\|$ . Les orbites sont donc paramétrées par les  
 72 rayons des cercles de centre (0,0). Les invariants sont définis par l'équation suivante :

$$73 \quad I^{\xi_1, \xi_2} = \int_{S_1} \hat{f}[\Omega(\theta + \omega)\xi_1 + \Omega(\theta)\xi_2] \overline{\hat{f}[\Omega(\theta + \omega)\xi_1]} \overline{\hat{f}[\Omega(\theta)\xi_2]} d\theta \quad (7)$$

74 Avec  $\|\xi_1\| = \lambda_1$ ,  $\|\xi_2\| = \lambda_2$ ,  $\omega \in S_1$ ,  $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}_+$

75 Où  $\xi_1$  et  $\xi_2$  sont les points de coordonnées polaires respectives  $(\lambda_1, 0)$  et  $(\lambda_2, 0)$ .

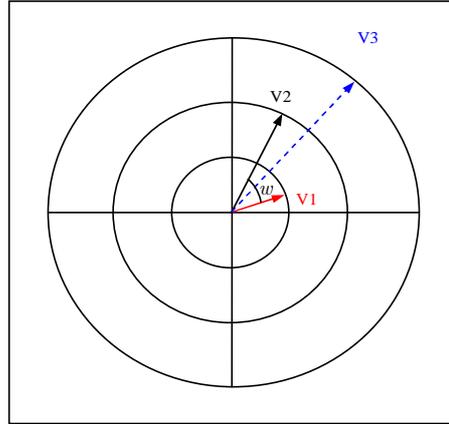
76 Donc  $\forall \omega \in S_1$  fixé, il est possible de déterminer ces invariants :

$$77 \quad I_f^w(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{S_1} \hat{f}(-\lambda_1 \sin(\theta + \omega) - \lambda_2 \sin \theta, \lambda_1 \cos(\theta + \omega) + \lambda_2 \cos \theta) \overline{\hat{f}(-\lambda_1 \sin(\theta + \omega), \lambda_1 \cos(\theta + \omega))} \overline{\hat{f}(-\lambda_2 \sin \theta, \lambda_2 \cos \theta)} d\theta \quad (8)$$

$$78 \quad \text{Cette quantité est équivalente à : } I_f^w(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{S_1} \hat{f}(\Omega(\theta)(V_1 + V_2)) \overline{\hat{f}(\Omega(\theta)(V_1))} \overline{\hat{f}(\Omega(\theta)(V_2))} d\theta \quad (9)$$

79 Où  $V_1$  et  $V_2$  sont deux vecteurs fixes dans l'espace de Fourier et  $V_3 = V_1 + V_2$  (fig.1). En pratique, on  
 80 fixe l'angle entre  $V_1$  et  $V_2$  et on applique l'action  $\Omega(\theta)$ . Pour chaque valeur de l'angle  $\theta$ , on

81 accumule les valeurs du produit  $\hat{f}(V_1)\hat{f}(V_2)\overline{\hat{f}(V_3)}$ , où  $\hat{f}$  est la transformée de Fourier et  $\overline{\hat{f}}$  sa  
 82 transformée conjuguée.



83

84

**Figure 1 :** Position des vecteurs dans l'espace de Fourier

### 85 2.2.2 Propriétés

86 – Soit  $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$  à valeurs réelles.  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}_+$ ,  $\forall \omega \in [0, 2\pi[$ , alors est réel.

87 Pour  $\xi_1$  (point du cercle de rayon  $\lambda_1$ ) et  $\xi_2$  (resp.  $\lambda_2$ ), Les invariants dépendent uniquement  
 88 de  $\|\xi_1\|$  et  $\|\xi_2\|$ , et de l'écart angulaire signé entre  $\xi_1$  et  $\xi_2$ . La quantité est symétrique en  $\xi_1$  et  $\xi_2$ , on  
 89 a donc :

$$90 \quad - \quad I_f^\omega(\lambda_1, \lambda_2) = I_f^\omega(\lambda_2, \lambda_1) = I_f^{-\omega}(\lambda_1, \lambda_2) \quad (10)$$

91 Cette famille d'invariants stables, que nous avons nommés DF2, est adaptée au groupe  $M_2$  des  
 92 déplacements dans le plan et la complétion de cette famille est assurée dans le groupe  $M_{2,N}$  des  
 93 déplacements d'angle  $\frac{2k\pi}{N}$ , lorsque est impair. Cette complétion permet d'assurer que deux objets  
 94 différents auront des DF2 différents. Cette dernière propriété donne une justification théorique solide à  
 95 leur utilisation en tant que paramètres discriminants pour la reconnaissance de forme.

## 96 3 Les moments de Zernike

97 Les moments de Zernike (MZ) de l'image ont été introduits par Teague [9]. Il a proposé d'utiliser les  
 98 polynômes complexes de Zernike, orthogonaux à l'intérieur du cercle unité, que l'on peut écrire sous  
 99 la forme :

$$100 \quad V_{nm}(r, \theta) = R_{nm}(r)e^{-im\theta}$$

$$101 \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ m \in \mathbb{Z} \text{ tel que } n-|m| \leq n \end{cases}$$

$$102 \quad \text{Avec} \quad R_{nm}(r) = \sum_{s=0}^{\lfloor \frac{n-|m|}{2} \rfloor} (-1)^s \frac{(n-s)!}{s! \left(\frac{n-2s+|m|}{2}\right)! \left(\frac{n-2s-|m|}{2}\right)!} r^{n-2s} \quad (12)$$

103 Les moments de Zernike  $A_f(n, m)$  d'une image sont les projections de l'image  $f$  sur la base  
 104  $\{V_{n,m}(r, \theta)\}$  et donc :

$$105 \quad A_f(n, m) = \frac{n+1}{\pi} \int_0^1 f_m(r) R_{n,m}(r) dr \quad (13)$$

106 Les modules des moments de Zernike sont des descripteurs invariants par rotation. O. Kubler et  
 107 Wallin [10] ont proposé une famille de descripteurs composée d'un ensemble d'invariants par rotation  
 108 et d'un ensemble de pseudo-invariants par réflexion.

109 Raveendran [11] introduit des invariants en translation composés par des combinaisons de moments  
 110 de Zernike.

## 111 4 Méthodologie

112 Le classifieur retenu dans cette étude est basé sur les SVM [5], méthode supervisée très utilisée ces  
 113 dernières années en reconnaissance des formes, pour les bonnes performances qu'elle procure, tant en  
 114 termes de vitesse et souplesse d'apprentissage que de performances de classification.

### 115 4.1 Rappel des principes de base des SVM

116 Les SVM ont été introduits par Vladimir Vapnik en 1992 [5], et c'est seulement depuis une petite  
 117 dizaine d'années qu'une large communauté s'est axée sur ce domaine. Il existe différentes familles de  
 118 SVM selon la séparabilité des données.

119 L'idée de base des SVM est la détermination d'un hyperplan séparateur entre des échantillons  
 120 appartenant à deux classes distinctes en maximisant la marge inter classe.

121 Soit une base d'apprentissage définis par  $n$  couples  $\{x_i, y_i\}$  où  $x_i \in \mathbb{R}^d$ ,  $y_i = \pm 1$   $x_i$  est le point  
 122 décrivant le prototype  $i$  dans l'espace de description de dimension  $d$ , et  $y_i$  l'étiquette de la classe de ce  
 123 prototype. Supposons connu un hyperplan séparant les valeurs négatives des valeurs positives.

124 L'équation d'un tel hyperplan est :  $Wx + b = 0$  avec  $W$  la normale à cet hyperplan  $\frac{b}{\|W\|}$ , la distance

125 perpendiculaire du plan à l'origine et où  $\|\cdot\|$  définit la norme euclidienne. Posons  $d_+$  (resp.  $\tilde{d}$ ) la plus  
 126 petite distance entre l'hyperplan séparateur et l'élément de la classe  $\{+1\}$  (resp.  $\{-1\}$ ) le plus proche.  
 127 On définit la marge de cet hyperplan par l'équation suivante:

$$128 \quad y_i(x_i W + b) - 1 \geq 0 \quad (14)$$

129 Déterminer les équations des deux hyperplans qui maximisent cette marge, revient à minimiser  $\|W\|^2$   
 130 sous la contrainte de l'équation (14).

131 Il s'agit d'une résolution quadratique sous contrainte, l'utilisation des multiplicateurs de Lagrange ( $\alpha_i$ )  
 132 nous conduit à :

$$133 \quad L_p = \frac{\|W\|^2}{2} - \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i (x_i W + b) + \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (15)$$

134 La résolution de ce problème peut aussi s'effectuer à l'aide du dual de  $L_p$ , le dual de Wolfe, LD:

$$L_D = \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j y_i y_j x_i x_j \quad (16)$$

$$\text{Sous la contrainte : } \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0 \quad (17)$$

Dans le cas où les classes ne sont pas linéairement séparables il est possible de résoudre ce problème d'une manière simple et efficace [12]. Les équations (eq. 15, eq. 16 et eq. 17) font intervenir les données (les prototypes  $x_i$  et leurs étiquettes de classe  $y_i$  correspondante) sous la forme d'un produit scalaire. Si on projette l'espace de description  $\mathbb{R}^d$  dans un espace euclidien  $\mathbb{H} = \mathbb{R}^e$

$$\text{à l'aide d'une fonction telle que : } \phi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^e, \phi(x) = \tilde{x} \quad (18)$$

Il est possible que dans cet espace les données initiales soient linéairement séparables [13]. Si ces espaces sont munis d'un produit scalaire, noté  $(\cdot)$  ; on peut définir sur  $\mathbb{R}^d$  une fonction noyau  $K$  telle que :  $K : \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^e \times \mathbb{R}^e, K(x, y) = \phi(x) \cdot \phi(y) = \tilde{x} \tilde{y}$  La connaissance explicite de la fonction  $\phi$  n'est plus nécessaire et seul  $K(\cdot, \cdot)$  apparaît et la fonction de décision devient :

$$y = \text{signe} \left( \sum_{k=1}^{N_s} \alpha_k y_k K(S_k, x) + b \right) \quad (19)$$

Où  $S_j$  les sont les vecteurs supports issus de la phase d'apprentissage et sont déterminés de la même façon que précédemment. En revanche, le choix de la fonction noyau  $K$ , doit répondre au critère de Mercer, et il a été montré que toute fonction de la forme :

$$K(x, y) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j (x, y)^j \forall a_j \in \mathbb{R}^+ \quad (20)$$

répond à ces critères.

Les noyaux les plus fréquemment utilisées sont :

$$\text{– Le noyau polynomial : } K(x, y) = (x \cdot y + 1)^p \quad (21)$$

$$\text{– Le noyau exponentiel ou RBF : } K(x, y) = e^{\left( \frac{-\|x-y\|^2}{2\sigma^2} \right)} \quad (22)$$

$$\text{– Le noyau tangente hyperbolique : } K(x, y) = \text{Tanh} \{ k(x \cdot y) - \Theta \} \quad (23)$$

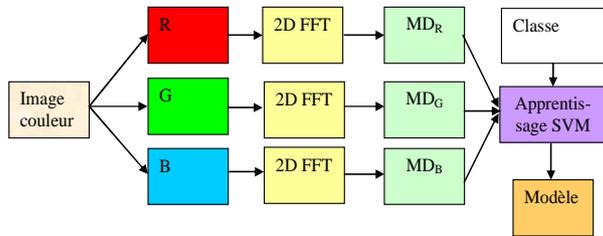
## 4.2 Méthodologie d'application

Nous appliquons les phases classiques d'apprentissage (Figure2) et de décision (Figure3) de la manière suivante :

- L'image est redimensionnée au format 128x128 pixels.
- La FFT est calculée pour les 3 canaux rouge, vert et bleu.
- Les descripteurs de Fourier généralisés sont calculés pour chaque canal dans l'espace de Fourier. Les moments de Zernike sont calculés à partir de l'image pour chaque canal de couleur.

164 – L'ensemble des descripteurs (soit  $3 \times 64 = 192$  valeurs pour les descripteurs de Fourier et  
 165  $14 \times 3 = 42$  pour les moments de Zernike) est utilisé pour alimenter le classifieur qui génère un  
 166 modèle.

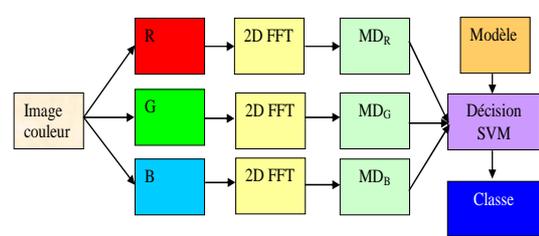
167



168

169

170 **Figure 2 : Phase d'apprentissage**



171 **Figure 3 : Phase de décision**

171

172 Au cours de la phase de décision, les descripteurs sont calculés de la même manière que pendant la  
 173 phase d'apprentissage. La classification s'effectue directement grâce à la fonction de décision des  
 174 SVM.

175 **5 Evaluation des performances**

176 Nous présentons dans cette partie les résultats obtenus à partir des descripteurs décrits précédemment.  
 177 Ceux-ci ont été appliqués sur la base COIL, AR-faces et une base d'images représentant des  
 178 téléphones mobiles. Les performances ont été systématiquement évaluées par validation croisée  
 179 d'ordre 5.

180 **5.1 Base COIL-100**

181 La base COIL [6] (Figure 4) est une base de 100 objets d'images couleur. Pour chaque objet, on  
 182 dispose de 72 images d'objet en rotation ( $5^\circ$  entre chaque image).

183



184

**Figure 4: Différents objets de la base COIL-100**

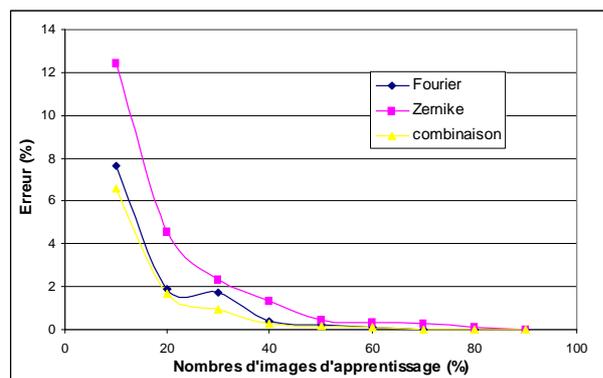
185 Les résultats de classification sont présentés au tableau (Table1). Le meilleur taux de reconnaissance  
 186 est obtenu pour une combinaison des descripteurs de Fourier et des moments de Zernike avec une  
 187 erreur de 0.01%. Les descripteurs de Fourier permettent de mieux discriminer les objets que les  
 188 moments de Zernike. Seuls les résultats obtenus avec les premiers descripteurs généralisés ont été  
 189 reportés ici, car dans ce cas les seconds descripteurs généralisés n'apportaient pas d'amélioration  
 190 significative.

191 **Table 1:** Erreur de classification obtenue sur la base COIL pour chaque famille de descripteurs.

SVM Kernel RBF ( $\sigma$ )	Moments de Zernike	Invariants Fourier (DF1)	Moments de Zernike et Invariants Fourier (DF1)
100	23.33 %	1.69 %	3.10 %
10	1.89 %	3.87 %	1.00 %
1	0.22 %	0.09 %	0.01 %
0.1	1.89 %	38.48 %	16.47 %

192 Nous avons également étudié l'influence du nombre d'images utilisées pendant la phase  
 193 d'apprentissage. En effet, dans les applications réelles (par exemple en biométrie), il est courant de ne  
 194 disposer que d'un très faible nombre d'images par individu. Il est donc important que la méthode  
 195 employée soit suffisamment performante dans ce cas.

196 La figure (Figure 5) présente l'erreur ainsi obtenue. Avec seulement 20% d'images d'apprentissage,  
 197 les descripteurs de Fourier présentent une erreur de seulement 2% alors que l'erreur est supérieure de  
 198 4% avec les moments de Zernike. La meilleure convergence est obtenue avec une combinaison des  
 199 deux approches : l'erreur est alors inférieure à 2%.



200

201 **Figure 5:** Erreur de classification en fonction du nombre d'images d'apprentissage pour la base COIL-100

## 202 5.2 Base AR-Face

203 La deuxième base utilisée pour comparer les descripteurs est la base AR-faces [7] (Figure 6). C'est  
 204 une base de 4000 images couleur de 126 visages (70 hommes et 56 femmes), la base AR-Face est  
 205 constituée d'images prises avec différents éclairages et les individus y portent parfois des lunettes.



**Figure 6:** Visages de la base AR-faces

206

207

208 Sur cette base, les résultats sont encore plus probants puisque avec les deuxièmes descripteurs de  
 209 Fourier, nous obtenons une erreur de  $e=0.46\%$  contre  $e=2.31\%$  pour la première famille des  
 210 descripteurs de Fourier. Pour les invariants de Zernike, l'erreur est  $e=10.6\%$  ce qui montre notamment  
 211 la meilleure robustesse des descripteurs de Fourier généralisés par rapport aux changements  
 212 d'éclairages. La combinaison des MZ et des DF1 ou DF2 ne donne ici pas de meilleurs résultats que  
 213 les DF2 seuls.

214

**Table 2:** Erreur de classification obtenue pour chaque famille de descripteurs (base AR-faces).

SVM Kernel RBF	MZ	DF1	DF2	MZ+DF2
$\sigma = 0.1$	10.6%	2..31%	0.46%	0,46%

215

## 216 6 Conclusion

217 Nous avons évalué sur des bases d'image standard les descripteurs généralisés de Fourier appliqués à  
 218 la reconnaissance d'objets couleur, en les combinant avec les SVM. Nous avons notamment montré la  
 219 robustesse de notre approche par rapport aux variations d'éclairage, et nous l'avons comparée avec  
 220 d'autres méthodes appliquées aux mêmes bases. Nous avons réalisé une implantation PC complète qui  
 221 permet de réaliser par exemple des opérations de contrôle qualité par vision à la cadence de 25  
 222 images/s. Une implantation sur Pocket PC à base de Windows mobile a également été réalisée et  
 223 permet une reconnaissance embarquée à la cadence d'une image/s.

224 Plus généralement, nous avons montré le pouvoir discriminant de descripteurs de Fourier Généralisés.  
 225 Ceci pourra être appliqué dans le cas de la reconnaissance d'objets réalisée à partir de régions ou  
 226 points d'intérêts, qui permettent la reconnaissance de plusieurs objets dans une même scène, en  
 227 présence de fonds complexes ou d'occlusions d'objets partielles. En effet, les descripteurs pourront  
 228 alors être calculés dans des fenêtres de plus petites tailles (16x16 par exemple) autour des points  
 229 d'intérêt afin de caractériser les régions considérées.

230 **Références**

- 231 [1] M. Petrou and A. Kadrov. "Affine invariant features from the trace transform". IEEE Transaction on  
232 Pattern Analysis and Machine Intelligence, 26(1) (2004), pp.:30-44..
- 233 [2] F. Ghorbel. "A complete invariant description for gray-level images by the harmonic analysis approach",  
234 Pattern Recognition Letters, 15, (1994), pp. 1043-1051.
- 235 [3] J. Turski.: Geometric Fourier analysis of the conformal camera for active vision. SIAM Rev. 46(1) (2004)
- 236 [3] J.P Gauthier, G. Bornard, M. Silbermann. "Motion and pattern analysis: harmonic analysis on motion  
237 groups and their homogeneous spaces. IEEE-trans SMC, vol. 21, no 1, Feb. 1991, pp. 159-172.
- 238 [4] H.Fonga, "Pattern recognition in gray-level images by Fourier analysis", Pattern Recognition Letters 17  
239 (14) (1996), pp. 1477-1489 (1996).
- 240 [5] B.E Boser, I.M. Guyon, V. Vapnik, "A Training Algorithm for Optimal Margin classifiers", proc. Fifth  
241 Ann. Workshop Computational Learning theory, ACM, Press, 1992, pp. 144-152.
- 242 [6] <http://www.cs.columbia.edu/CAVE/>
- 243 [7] A. M. Martinez, "Recognition of Partially Occluded and/ or Imprecisely Localized Faces Using  
244 Probabilistic Approach", Proceeding of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR'2000, pp  
245 712, 717.
- 246 [8] J.P. Gauthier, F.Smach, C. Lemaitre, J.Mietran, "A finding invariants of group action on function spaces, a  
247 general Methodology from non-Abelian harmonic analysis", Workshop on Mathematical control theory,  
248 Lisbon, Portugal, 2007.
- 249 [9] M. Teague, "Image analysis via the general theory of moments", J. of the Optical Society of America,  
250 vol. 70, no. 80, (1980), pp. 920-930.
- 251 [10] A. Wallin et O. Kubler, "Complete sets of complex Zernike invariants and the role of pseudo invariants",  
252 IEEE trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 10, no. 6, (1988), pp. 811-821.
- 253 [11] C.W Chong, P. Raveendran, R. Mukundan, "Translation in Variants of Zernike moments", Pattern  
254 Recognition, vol. 36, (2003), pp. 1765-1773.
- 255 [12] B.E.Boser, I.M.Guyon and V.N.Vapnik, "A training algorithm for optimal margin classifiers" in Proc. of  
256 Fifth annual workshop on computational learning theory, (1992) pp. 144-152.
- 257 [13] R.O.Duda, P.E.Hart and D.G.Stork, Chap. n° 5 "Linear Discriminant functions" in Pattern classification,  
258 John Wiley & Sons, 2001, pp. 264-265.