

# **L'algorithme EM et le Modèle de Mélanges de Gaussiennes Généralisées pour la Segmentation d'images. Application au contrôle des joints soudés par radiographie**

Nafaâ Nacereddine<sup>1</sup>, Salvatore Tabbone<sup>1</sup>, Djemel Ziou<sup>2</sup> et Latifa Hamami<sup>3</sup>

<sup>1</sup> LORIA-UMR 7503, Campus Scientifique B.P. 239  
Vandoeuvre-lès-Nancy 54506, France  
naceredn@loria.fr ; tabbone@loria.fr

<sup>2</sup> Département d'informatique, Université de Sherbrooke  
J1K 2R1, Sherbrooke (QC), Canada  
djemel.ziou@usherbrooke.ca

<sup>3</sup> Département d'Electronique, Ecole Nationale Polytechnique  
10, Av. Hassen Badi, BP 182, El Harrach, 16200 Alger, Algérie  
latifa.hamami@enp.edu.dz

**Résumé** Dans cet article, nous proposons une méthode de segmentation d'images de radiographie des joints soudés basée sur les modèles de mélanges de distributions gaussiennes généralisées (GGMM). Les paramètres du mélange sont estimés par l'algorithme Espérance Maximisation (EM). Un critère de mesure d'uniformité de région est utilisé pour comparer les performances du modèle proposé par rapport au modèle de mélanges de distributions gaussiennes (GMM). Les résultats expérimentaux confirment l'efficacité du modèle proposé.

**Mots clés** Radiographie de soudure, segmentation, GGMM, EM, mesure d'uniformité

## **1 Introduction**

Dans le contrôle radiographique des soudures, les radiogrammes sont examinés par des interpréteurs, dont la tâche est de détecter, reconnaître et quantifier d'éventuels défauts et de les accepter ou de les rejeter en se référant aux normes et aux codes régissant le contrôle par radiographie. La détection des défauts est parfois très difficile à cause de la mauvaise qualité des films, la surépaisseur de la soudure, le mauvais contraste, le bruit et les faibles dimensions des défauts. A cet effet, la connaissance parfaite de la géométrie de ces défauts ainsi que leurs localisations par rapport au cordon de soudure et au métal de base est une étape indispensable pour apprécier la qualité de la soudure [1].

Cette problématique peut être résolue par la segmentation de l'image du radiogramme en partitions homogènes qui représentent éventuellement les régions du film citées plus haut. Dans le domaine de l'analyse d'images, la segmentation constitue un des problèmes les plus importants, car le résultat

obtenu à l'issue de cette étape conditionne fortement la qualité finale de l'interprétation [2]. Beaucoup de méthodes de segmentation sont citées dans littérature dont certaines sont basées sur des approches paramétriques où les classes constituant les différentes partitions de l'image sont séparées d'une part ; (1) en considérant un modèle statistique pour approcher les distributions des densités des classes et d'autre part, (2) en déterminant les valeurs optimales des seuils comme fonctions des paramètres des classes (cas du seuillage multimodal) ou bien les estimations des probabilités a posteriori pour les différentes classes dépendant des paramètres du modèle considéré (cas des modèles de mélanges). La plupart des approches paramétriques considèrent des modèles de mélanges utilisant la distribution gaussienne (GMM) pour leur simplicité de calcul. Cependant, les histogrammes de niveaux de gris des images réelles peuvent présenter des formes tellement complexes qu'on ne peut se suffire de les considérer comme un mélange de loi de probabilité gaussienne comme nous le verrons plus tard dans la partie expérimentale. A cet effet et pour surpasser les limitations présentées par de tels modèles, nous proposons dans ce travail un autre modèle de mélange de sorte que les partitions de l'image obtenues à l'issue de la segmentation correspondent le mieux possible aux différentes composantes contenues dans l'image réelle. Les modèles paramétriques basés sur la distribution gaussienne généralisée peuvent répondre à cette attente car ils peuvent se substituer à un grand nombre de distributions (Laplace, Gauss, uniforme, etc.), ce qui leurs confèrent une propriété principale à savoir la flexibilité i.e. ils doivent être capables de modéliser une grande variété de modèles statistiques.

Allili et al. [3] ont utilisé les modèles de mélanges de gaussiennes généralisées (GGMM) pour l'extraction des objets dans des images et dans des scènes de vidéo en estimant directement les paramètres du mélange par les multiplicateurs de Lagrange. Dans [4], les auteurs ont adopté les GGMM dans le seuillage bimodal d'images en utilisant l'algorithme EM. Dans [5], un nouvel algorithme (BGMEM) issu de l'application de la technique bootstrap pour l'estimation d'un mélange généralisé utilisant le système de Pearson a été défini. Son application à la segmentation d'images a permis d'éliminer la corrélation entre les pixels et d'améliorer la qualité de la classification. Dans [6], un mélange généralisé de distributions (Gaussienne, Gamma, Beta et Log-Normale) avec des formes flexibles qui sont susceptibles de s'adapter à l'histogramme de l'image SAR, a été utilisé. Les moments d'ordre 3 et 4 sont exploités pour la sélection d'une distribution pour chacun des modes de l'histogramme SAR multimodal. Dans cet article, une extension des GGMM à la segmentation multimodale d'images de radiographie des joints soudés est proposée. Dans l'évaluation des résultats de segmentation, la capacité de travailler sans les images de référence permet une évaluation non supervisée pour opérer sur un grand éventail de conditions ou systèmes (par exemple : système en temps réel) et avec plusieurs types d'images. Ainsi, un critère d'évaluation basé sur l'homogénéité des régions [7] est utilisé pour comparer les résultats de segmentation entre GMM et GGMM.

## 2 Modèle de mélanges et algorithme EM

Soit  $\chi = \{x_i\}$ ,  $i = 1, \dots, n$  un ensemble de  $n$  réalisations d'un vecteur aléatoire  $X$  de dimension  $d$  et de fonction de densité de probabilité (pdf)  $f(x_i)$ . La pdf d'un mélange à  $M$  composantes est donné par :

$$f(x_i | \Theta) = \sum_{m=1}^M \pi_m f_m(x_i | \theta_m) \quad (1)$$

où  $\Theta = (\pi_m, \theta_m)$  ;  $m = 1, \dots, M$  est le vecteur de paramètres à estimer avec  $\pi_m$  la probabilité *a priori* de la  $m^{\text{ième}}$  composante qui satisfait :  $\pi_m \geq 0$  et  $\sum_{m=1}^M \pi_m = 1$ . En présence d'observations iid, la vraisemblance peut être exprimée comme :

$$L(\Theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \Theta) = \prod_{i=1}^n \sum_{m=1}^M \pi_m f_m(x_i | \theta_m) \quad (2)$$

Etant donné, le vecteur aléatoire  $\chi$  une observation partielle du phénomène considéré, la maximisation de  $L(\Theta)$  est difficile à réaliser directement. On introduit une variable aléatoire  $Z$  correspondant aux données manquantes telle que :  $z_i = (z_{i,1}, \dots, z_{i,M})$  où  $z_{i,m} = 1$  si  $x_i \in \text{mode } m$  et  $z_{i,m} = 0$  ailleurs.

Soit  $Y = (\chi, Z)$  les données complètes. L'algorithme EM vise ainsi à maximiser la loi de vraisemblance en présence de données incomplètes en maximisant itérativement l'espérance de la log-vraisemblance complète donnée par

$$\log L_c(\Theta / Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^M z_{i,m} \log[\pi_m f_m(x_i / \theta_m)] \quad (3)$$

Dans la suite,  $L_c(\Theta)$  désigne  $\log L_c(\Theta / Y)$ . Dans l'algorithme EM, les paramètres  $\Theta$  sont estimés itérativement en utilisant deux étapes, E (pour Estimation) et M (pour Maximisation). La E-step calcule l'estimation de  $L_c(\Theta)$  en utilisant la probabilité *a posteriori*  $z_{i,m}^{(t)}$  qui dépend des paramètres courants  $\Theta^{(t)}$  :  $Q(\Theta / \Theta^{(t)}) = E[L_c(\Theta), \Theta^{(t)}]$ . Après, la M-step maximise cette fonction  $Q$  par rapport à  $\Theta$  pour estimer les nouvelles valeurs des paramètres  $\Theta^{(t+1)}$ .

### 3 GGMM pour la segmentation

Soit  $h_g$  ( $g \in [0, L-1]$  où  $L$  est le nombre de niveaux de gris) l'histogramme normalisé de l'image  $\chi$  qui est une approximation de la densité de probabilité réelle de l'image. Par conséquent, on peut estimer l'histogramme des niveaux de gris par un mélange de distributions gaussiennes généralisées (DGG) monovariées, i.e.  $d = 1$ . L'expression analytique de ces dernières est donné par

$$f_m(g / \theta_m) = \frac{\beta_m}{2\alpha_m \Gamma(1/\beta_m)} e^{-\left[|g - \mu_m| / \alpha_m\right]^{\beta_m}} \quad (4)$$

où  $\theta_m = (\mu_m, \alpha_m, \beta_m)$  représentent le vecteur dont les composantes sont : la moyenne, les paramètres d'échelle et de forme, respectivement, et  $\Gamma$  est la fonction gamma définie par  $\Gamma(\xi) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\xi-1} dt$ .

Le paramètre d'échelle qui exprime la largeur de la distribution est lié à l'écart type par l'équation :

$$\alpha_m = \sigma_m \sqrt{\Gamma(1/\beta_m) / \Gamma(3/\beta_m)} \quad (5)$$

Il est à noter que pour :  $\beta_m \rightarrow 0$ ,  $\beta_m = 1$ ,  $\beta_m = 2$  et  $\beta_m \rightarrow \infty$ , on obtient les densités : impulsion, de Laplace, normale et uniforme, respectivement. Pour GGMM, la log-vraisemblance est exprimé par

$$L_c(\Theta) = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M z_{g,m} h_g \log[\pi_m f_m(g / \theta_m)] \quad (6)$$

où  $\Theta = (\pi_m, \mu_m, \alpha_m, \beta_m) ; m = 1, \dots, M$ .

Dans E-Step, les probabilités *a posteriori* sont données par

$$z_{g,m}^{(t)} = \pi_m f_m(g / \theta_m^{(t)}) / \sum_{l=1}^M \pi_l f_l(g / \theta_l^{(t)}) \quad (7)$$

Dans M-Step, l'estimation de  $\Theta$  donnera :

$$\pi_m^{(t+1)} = \sum_{g=1}^{L-1} z_{g,m}^{(t)} h_g \quad (8)$$

$$\sum_{g=0}^{L-1} z_{g,m}^{(t)} h_g \text{sign} \left| g - \mu_m^{(t+1)} \right|^{\beta_m^{(t)} - 1} = 0 \quad \text{avec} \quad \text{sign}(\xi) = \begin{cases} -1 & \text{si } \xi < 0 \\ 1 & \text{si } \xi > 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\alpha_m^{(t+1)} = \left[ \frac{\beta_m^{(t)} \sum_{g=0}^{L-1} z_{g,m}^{(t)} h_g \text{sign} \left| g - \mu_m^{(t)} \right|^{\beta_m^{(t)} - 1}}{\sum_{g=0}^{L-1} z_{g,m}^{(t)} h_g} \right]^{1/\beta_m^{(t)}} \quad (10)$$

$$\sum_{g=0}^{L-1} z_{g,m}^{(t)} h_g \left[ \frac{1}{\beta_m^{(t+1)}} + \frac{1}{\beta_m^{(t+1)2}} \Psi \left( 1/\beta_m^{(t+1)} \right) - \left( \frac{|g - \mu_m^{(t)}|}{\alpha_m^{(t)}} \right)^{\beta_m^{(t+1)}} \log \left( \frac{|g - \mu_m^{(t)}|}{\alpha_m^{(t)}} \right) \right] = 0 \quad (11)$$

où  $\Psi(\xi) = \partial \log \Gamma(\xi) / \partial \xi$ . On remarque que les équations (9) et (11) relatives à l'estimation de  $\mu_m$  et  $\beta_m$ , respectivement, sont non linéaires. Elles sont résolues par la méthode numérique de Newton-Raphson. Pour la génération de l'image segmentée, chacun de pixels de l'image est affecté à l'un des modes ou partitions selon la règle de décision de Bayes.

#### 4 Discussion des résultats et conclusion

La méthode de segmentation proposée dans ce travail a été implémentée sur plus d'une cinquantaine d'images de radiographie de soudure dont un échantillon est illustré dans les Figs. 1. (a) à (d). Le nombre de composantes  $M$  est choisi par l'utilisateur. Il y a plusieurs algorithmes dédiés au choix automatique du nombre de composantes du mélange, par exemple l'algorithme du message de longueur minimale utilisé dans [3]. Cependant, ici l'objectif est de comparer les résultats de segmentation par les deux modèles GMM et GGMM pour un même nombre de composantes qui est prédéfini a priori par l'utilisateur selon le nombre de régions qui lui sont significatives, i.e. selon le nombre de composantes sémantiques.

Le critère d'évaluation de segmentation utilisé se base sur la mesure d'homogénéité et est donné par :

$$U = 1 - \sum_{j=1}^M \omega_j \sigma_j^2 / \sigma_T^2 \quad (12)$$

où  $\omega_j$ ,  $\sigma_j^2$  et  $\sigma_T^2$  sont, respectivement, le rapport surfacique de la  $j^{\text{ème}}$  région de l'image segmentée, les variances de la région  $j$  et de l'image totale. Les valeurs de  $U$  varient de 0 pour une segmentation totalement erronée à 1 pour une segmentation idéale.

Pour l'initialisation de l'algorithme EM, les modes ont été pris à proportions égales et les moyennes sont fixées à intervalles équidistants sur la plage des niveaux de gris et  $\alpha^{(0)}$  et  $\beta^{(0)}$  sont pris de sorte que les variances des modes, auxquelles ils sont liés par (5), soient les mêmes et dont la valeur soit égale au maximum du niveau de gris de l'image.

Nous remarquons que les 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> modes pour Fig. 1.(a.1) ont des moyennes très proches ce qui est traduit par leur mauvaise séparation lors de l'affichage des images segmentées. Pour l'image citée précédemment, la bonne séparation des modes donnée par GGMM permet de mieux apprécier la

longueur de la discontinuité longitudinale présente dans la partie centrale du cordon de soudure. On note aussi que la plupart des modes contenus dans les histogrammes donnés par les GMM ne présentent pas des formes similaires à celles des modes correspondants contenus dans les histogrammes originaux, contrairement aux GGMM où les erreurs ( $\varepsilon$ ), calculées entre les histogrammes estimés et les histogrammes originaux, sont plus petites comme le confirment les valeurs du calcul d'erreurs données dans Tab. 1. Par exemple, dans Fig. 1.(b), l'abord de la pièce radiographiée présentée dans la partie inférieure de l'image est mis en évidence par les GGMM contrairement aux GMM où cette région de l'image a été confondue avec le métal de base. Dans Fig. 1.(c), pour les GMM, la région du défaut est totalement noyée dans le métal de base ce qui affecte dangereusement les résultats de l'interprétation du film. Pour Fig. 1.(d), la performance des GGMM surpasse celle des GMM dans l'extraction des défauts de soudures appelés porosités. Par conséquent, les GGMM donnent non seulement une bonne séparabilité des modes mais aussi approximativement d'une manière plus précise l'histogramme des niveaux de gris de l'image originale.

En conclusion et à la lumière des résultats donnés par l'indice d'uniformité  $U$  et le calcul d'erreurs récapitulées dans Tab.1 et confortés par l'examen visuel des images segmentées et de l'aspect des modes des modèles de mélanges donnés dans Fig. 1, ce travail montre que la flexibilité du modèle de mélange basé sur la gaussienne généralisée favorise une restitution plus fiable, par rapport au modèle gaussien, de l'emplacement des différents modes réellement contenus dans l'image d'une part, et permet une approximation plus précise de la forme des modes, d'autre part.

**Table 1** : Mesures de performance pour les GMM et les GGMM

Images	# Modes ( $M$ )	GMM-EM			GGMM-EM		
		$\mu^{(t_{final})}$	$U$	$\varepsilon (\times 10^{-4})$	$\mu^{(t_{final})}$	$U$	$\varepsilon (\times 10^{-4})$
(a)	4	[31 98 120 218]	0.909	13	[6 45 123 229]	0.923	10
(b)	3	[47 95 130]	0.505	32	[12 48 86]	0.839	19
(c)	2	[105 147]	0.215	11	[87 138]	0.706	5
(d)	3	[12 87 147]	0.780	20	[12 101 29]	0.910	12

## Références

- [1] N. Nacereddine, L. Hamami, D. Ziou. Thresholding techniques and their performance evaluation for weld defect detection in radiographic testing. *Machine Graphics and Vision*, 15(3) : 557-566, 2006.
- [2] L. Soler, G. Malandrino and H. Delingette. Segmentation automatique: Application aux angioscanners 3D. *Revue de Traitement de signal*, 15(5) : 411-431, 1998.
- [3] M.S. Allili, N. Bouguila and D. Ziou. Finite Generalized Gaussian Mixture Modeling and Applications to Image and Video Foreground Segmentation. In *Proc. of Fourth Canadian Conference on Computer and Robot Vision*, pages 183-190, Montreal, Quebec, Canada, 28-30 Mai 2007.
- [4] Y. Bazi, L. Bruzzone, F. Melgrani. Image thresholding based on the EM algorithm and the generalized Gaussian distribution. *Pattern Recognition*, 40 : 619-634, 2007.
- [5] A. Bougarradh, S. M'hiri, F. Ghorbel. Introduction of the bootstrap resampling in the generalized mixture estimation. In *Proc. of 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Information and Communication Technologies. From Theory to Applications, ICTTA 2008*, Damas, Syrie, 7-11 Avril 2008.
- [6] A. El Zaart and D. Ziou. Statistical Modeling of Heterogeneous MultiModel Image Histogram Using Parametric Distribution. *Int. Journal of Remote Sensing*, 28(10) : 2277-2294, 2007.
- [7] H. Zhang, J.E. Fritts and S.A. Goldman. Image segmentation evaluation: A survey of unsupervised methods. *Computer Vision and Image Understanding*, 110 : 260-280, 2008.

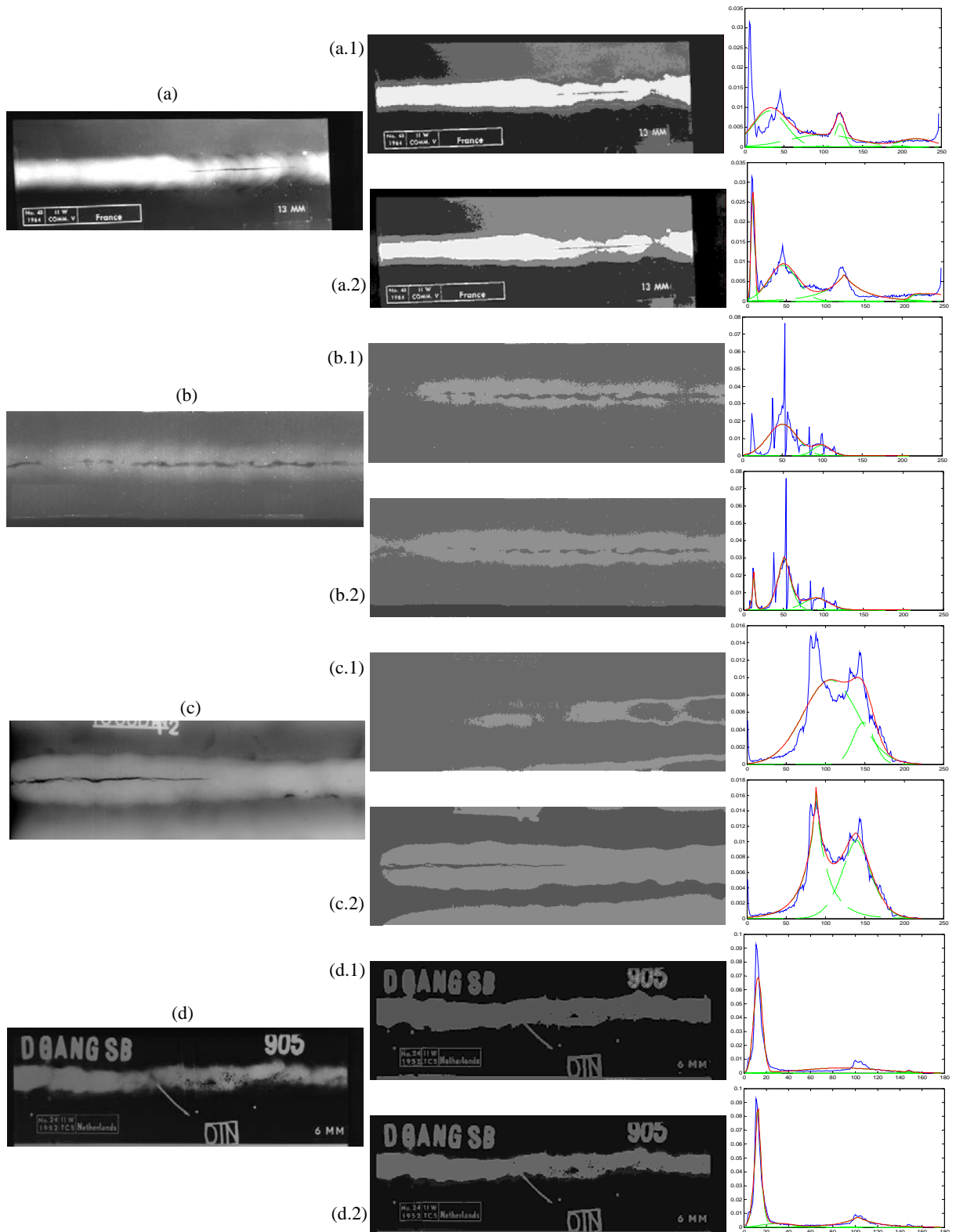


Figure 1 : Résultats de la segmentation pour GMM-EM (i.1) et GGMM-EM (i.2) (i = a,b,c,d)